Expansión acelerada tardía del universo en un modelo de gravitación modificada tipo $f(R,\mathcal{G})$ con acoplamiento a campos escalares

Autor:
Carlos A. Meza[1]

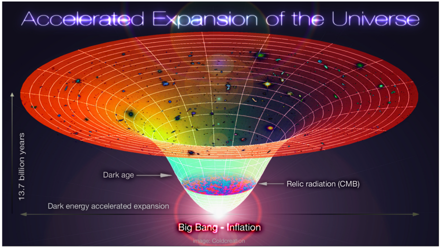
Director:
Dr. Alexander Oliveros.[2]

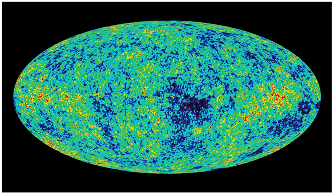
[1]Estudiante, Departamento de Física, Universidad del Atlántico

[2]Profesor asociado, Departamento de Física, Universidad del Atlántico

6 de diciembre de 2022

Introducción





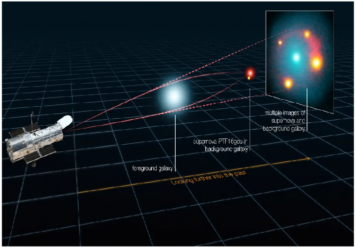


Figura 1: Diagrama de la expansión acelerada del universo, radiación de fondo de microondas y diagrama de observación de supernovas tipo Ia.

Gravedad $f(R)$: Formalismo métrico y ecuaciones de campo en teorías $f(R)$

La acción en gravedad $f(R)$ viene dada por,

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_M, \tag{1}$$

donde las ecuaciones generales de campo son

$$f_R R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f(R) g_{\mu\nu} - (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \Box) f_R = k^2 T_{\mu\nu}, \tag{2}$$

y la traza de la Ec. (2) es

$$f_R R + 3\Box f_R - 2f = \kappa^2 T \tag{3}$$

con $f_R = \frac{df}{dR}$. Introduciendo la métrica FRW se obtienen las ecuaciones generales de movimiento

$$3 f_R H^2 = k^2 \rho_m + \frac{f_R R - f}{2} - 3H\dot{f} \tag{4}$$

$$-2 f_R \dot{H} = k^2 (\rho_m + p_m) + \ddot{f} - H\dot{f}, \tag{5}$$

donde ρ_m y p_m son la densidad de materia y la densidad de presión de materia respectivamente.

Universidad del Atlántico

Gravedad $f(R)$: Condiciones de viabilidad para los modelos $f(R)$

- $f'(R) > 0$ y $f'' \neq 0$ para todo R.

$$\kappa^2_{eff} = \frac{\kappa^2}{f_R} \tag{6}$$

- $f(R)$ deben cumplir $f(R)/R \to 1$ en el límite cuando $R \to \infty$.
- Restricciones de gravedad local

$$\Box\psi + m^2_\psi \psi = 0, \quad m^2_\psi = \frac{1}{3}\left[\frac{f_R(R_0)}{f_{RR}(R_0)} - R_0\right] \tag{7}$$

- Los modelos con función $f(R)$ debe reproducir de forma adecuada la historia cosmológica.
  1. Punto de materia

$$m(r) = +0, \quad \frac{dm}{dr}(r \to 1) > 1 \tag{8}$$

  donde $m = Rf_{RR}/f_R$ y $r = Rf_R/f$

  1. Punto de aceleración
     (a) $m = -r - 1$, $(\sqrt{3} - 1)/2 < m \leq 1$ y $dm/dr < -1$
     (b) $0 \leq m \leq 1$ en $r = -2$.

Universidad del Atlántico

Modelo propuesto

Modelo de gravitación modificada $f(R,\mathcal{G})$ con acoplamiento a campos escalares

El punto de partida de este trabajo es la acción gravitatoria

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{f(R)}{2\kappa^2} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) - \xi(\phi)\mathcal{G} + \mathcal{L}_M\right) \tag{9}$$

donde $\kappa = \frac{1}{M_P}$ es la constante gravitacional siendo M_P la masa reducida de Planck y $\mathcal{G} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\sigma\rho}R^{\mu\nu\sigma\rho}$, es el invariante topológico de Gauss-Bonnet.

Las propuestas para la función $f(R)$ [1], el potencial escalar $V(\phi)$ y la función escalar de acoplamiento $\xi(\phi)$ [2] son

$$f(R) = R - 2\lambda_1\mu^2 e^{-\left(\frac{\mu^2}{R}\right)^\eta} + \frac{\lambda_2}{\mu^2}R^2, \quad \eta > 0, \quad \lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > 0 \tag{10}$$

$$V(\phi) = \left(\frac{\phi}{M_P}\right)^4 \tag{11}$$

$$\xi(\phi) = e^{\frac{\phi}{M_P}} \tag{12}$$

Construcción teórica

Las ecuaciones generales de movimiento del campo gravitacional y el campo escalar son

$$\frac{3f_R H^2}{k^2} = \rho_{(m)} + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{f_R R - f}{2k^2} - \frac{3H\dot{f}_R}{k^2} + 24\dot{\xi}H^3 \tag{13}$$

$$-\frac{2f_R\dot{H}}{k^2} = \rho_{(m)} + P_{(m)} + \dot{\phi}^2 + \frac{\ddot{f}_R - H\dot{f}_R}{k^2} - 16\dot{\xi}H\dot{H}, \tag{14}$$

$$V_\phi + \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \xi_\phi \mathcal{G} = 0. \tag{15}$$

Para el estudio de la dinámica cosmológica es conveniente introducir la cantidad statefinder y_H como función del corrimiento al rojo z [3],

$$y_H(z) = \frac{\rho_{DE}}{\rho_{m(0)}} = \frac{H^2}{m_s^2} - (1+z)^3 - \chi(1+z)^4 \tag{16}$$

donde $\rho_{m(0)}$ es la densidad de materia actual, $\chi = \frac{\rho_{r(0)}}{\rho_{m(0)}} = 3{,}1 \times 10^{-4}$, donde $\rho_{r(0)}$ es la densidad de energía de radiación actual y $m_s^2 = \frac{\kappa^2 \rho_{m(0)}}{3} = 1{,}37 \times 10^{-67} eV^2$ la masa escalar.

Universidad del Atlántico

Análisis numérico y discusión de resultados

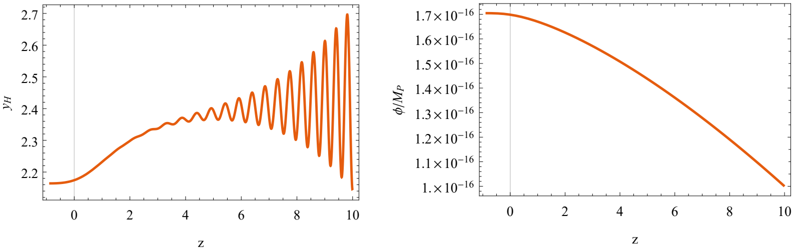


Figura 2: Gráficas de soluciones y_H (izquierda) y del campo escalar ϕ sobre la masa reducida de Planck (derecha) como funciones de z para la función $f(R)$ con valores de los parámetros $\eta = 0{,}01$ y $\mu^2 = 0{,}999 \times 10^{-66}$, $\lambda_1 = 3{,}27$ y $\lambda_2 = 1 \times 10^{-15}$.

- Parámetros cosmológicos [4]

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad j = \frac{\ddot{H}}{H^3} - 3q - 2, \qquad s = \frac{j-1}{3(1-\frac{1}{2})}, \quad Om = \frac{\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 - 1}{(1+z)^3 - 1} \tag{17}$$

Análisis numérico y discusión de resultados

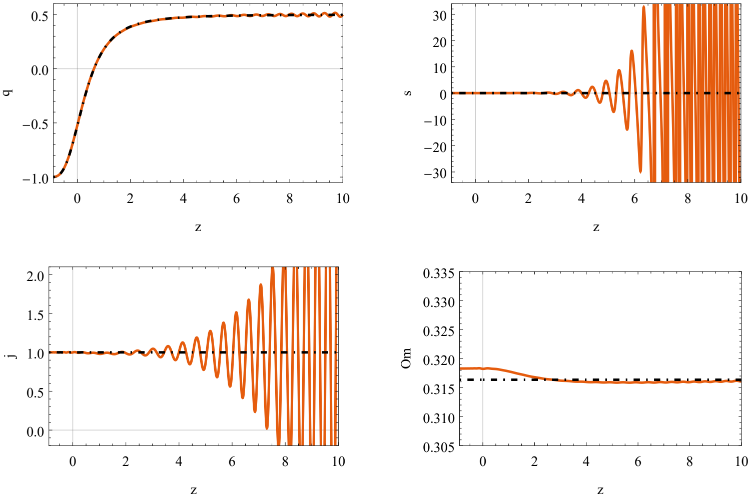


Figura 3: Gráficas de los parámetros cosmológicos (curvas naranjas) de desaceleración q (superior izquierda), jerk j (superior derecha), snap s (inferior izquierda) y Om comparadas con el modelo ΛCDM (curva discontinua negra) como funciones de z.

Análisis numérico y discusión de resultados

$$\omega_{DE} = -1 + \frac{1+z}{3}\frac{d\ln y_H}{dz}, \quad \Omega_{DE} = \frac{y_H}{y_H + (z+1)^3 + \chi(z+1)^4} \tag{18}$$

$$\omega_{eff} = -1 + \frac{2(z+1)H'}{3H} \tag{19}$$

- Velocidad de la onda gravitacional [5]

$$c_T^2 = 1 - \frac{Q_f}{2Q_t} = 1 - \frac{16(\ddot{\xi} - H\dot{\xi})}{2\left(M_P^2 f_R - 8H\dot{\xi}\right)} \tag{20}$$

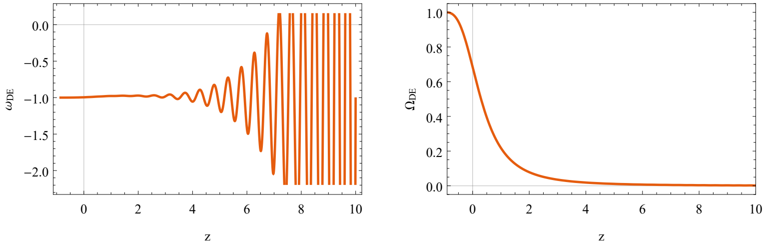


Figura 4: Gráficas de la ecuación del parámetro de estado de energía oscura ω_{DE} (izquierda) y del parámetro de energía oscura Ω_{DE} (derecha) para el modelo $f(R)$ en función de z.

Universidad del Atlántico

Análisis numérico y discusión de resultados

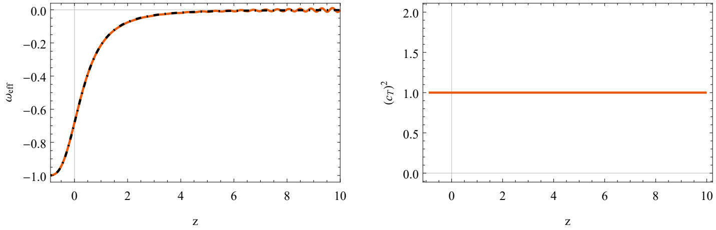


Figura 5: Gráficas de la ecuación del parámetro de estado total ω_{eff} para el modelo $f(R)$ (curva naranja) comparada con el modelo ΛCDM (curva discontinua negra) (izquierda) y el cuadrado de la velocidad de la onda gravitacional (derecha) como funciones de z.

Parametro	$f(R)$	ΛCDM
$q(0)$	-0.523	-0.535
$j(0)$	0.9993	1
$s(0)$	0.0002	0
$Om(0)$	0.3182	0.3153$\pm$0.07
$\Omega_{DE}(0)$	0.6849	0.6847$\pm$0.0073
$\omega_{DE}(0)$	-0.995	-1.018$\pm$0.031

Tabla 1: Valores de los parámetros cosmológicos y cantidades statefinder en la actualidad para el modelo $f(R)$, el modelo ΛCDM y datos de parámetros cosmológicos actuales de la misión Planck

Universidad del Atlántico

Análisis numérico y discusión de resultados

- Otros resultados importantes

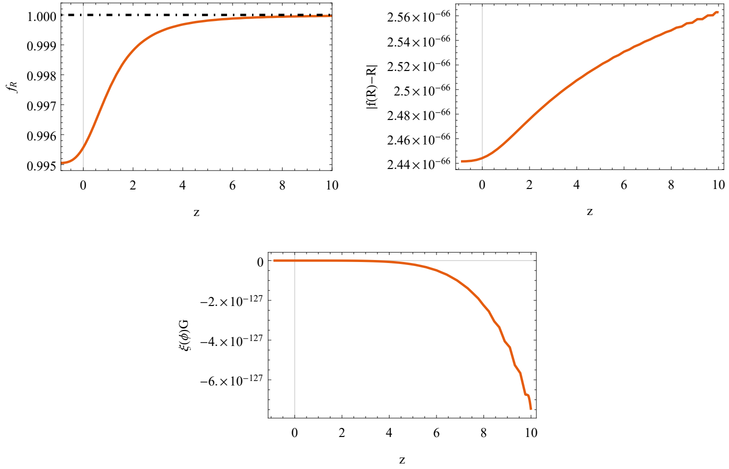


Figura 6: Gráficas de la primera derivada de la función $f(R)$(superior izquierda), desviación del modelo $f(R)$ con respecto a R (superior derecha), acoplamiento de Gauss Bonnet (inferior) en función de z.

Resumen

Resumiendo

A partir de los resultados obtenidos de parámetros statefnder y cosmológicos del modelo propuesto para valores apropiados de los parámetros de ajuste de la función $f(R)$ es posible obtener un régimen de expansión acelerada del universo en tiempos tardíos, los cuales son consistentes con el modelo ΛCDM y los últimos datos de la colaboración Planck 2018.

Referencias

Luis Granda.
Unified inflation and late-time accelerated expansion with exponential and R^2 corrections in modified gravity.
Symmetry, 12(5):794, 2020.

Sergei D Odintsov, VK Oikonomou, and FP Fronimos.
Late-time cosmology of scalar-coupled gravity.
Classical and Quantum Gravity, 38(7):075009, 2021.

Wayne Hu and Ignacy Sawicki.
Models of $f(R)$ cosmic acceleration that evade solar system tests.
Physical Review D, 76(6):064004, 2007.

Sergei D Odintsov, VK Oikonomou, and FP Fronimos.
$f(R)$ gravity k-essence late-time phenomenology.
Physics of the Dark Universe, 29:100563, 2020.

Jai-chan Hwang and Hyerim Noh.
Classical evolution and quantum generation in generalized gravity theories including string corrections and tachyons: Unified analyses.
Physical Review D, 71(6):063536, 2005.

Nabila Aghanim, Yashar Akrami, Mark Ashdown, J Aumont, C Baccigalupi, M Ballardini, AJ Banday, RB Barreiro, N Bartolo, S Basak, et al.
Planck 2018 results-vi. cosmological parameters.
Astronomy & Astrophysics, 641:A6, 2020.